- 2. Квасниця В.М. Особливості самородної міді України / В.М. Квасниця, І.В. Квасниця // Мінерал : Наук. зб. Вип. 1. 2002. № 52. С. 55-60.
- 3. Квасниця І.В. Про походження самородної міді з вендських вулканітів Західної Волині / І.В. Квасниця // «Геолог України». Вид-во спілки геологів України. —№ 3. 2006. С. 40-51.
- 4. Надутый В.П. Модельное представление зависимости эффективности виброгрохота при мелкой классификации от регулируемых параметров / В.П. Надутый, А.М. Эрперт, Е.З. Маланчук // Доп. на X наук.-техн. конф. «Потураєвські читання», присвяченій 90-й річниці з дня народження академіка НАН України В.М. Потураєва. Дніпропетровськ. 2012.
- 5. Надутый В.П. Результаты исследований зависимости эффективности тонкого вибрационного грохочения базальтового сырья от параметров процесса рудоподготовки / В.П. Надутый, А.М. Эрперт, Е.З. Маланчук // Геотехническая механика: межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. Вып. 99. Днепропетровск. 2012. С. 151-156.
- 6. Булат А.Ф. Перспективы развития сырьевой базы горного производства на основе комплексной переработки техногенных отходов / А.Ф. Булат, В.П. Надутый, Е.З. Маланчук // Геотехническая механика: межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. Вып. 101. Днепропетровск. 2012. С. 3-9.

### УДК 620.92 004.82:622.012:669.1.004.18

Гл. констр. проекта М.В. Кирсанов, канд. техн. наук А.П. Лукиша (ИГТМ НАН Украины)

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ГИДРОПАРОВОЙ ТУРБИНЫ ДЛЯ УТИЛИЗАЦИИ ИЗБЫТОЧНОГО ТЕПЛА ШАХТНОГО ЭНЕРГОКОМПЛЕКСА

Отримано співвідношення для калькуляції тягового реактивного момента та коефіцієнгту корисної дії (ККД) установки з реактивною гідропаровою турбіною (РГПТ) в залежності від чотирьох суттєвих параметрів її роботи. Зроблено аналіз цих співвідношень. Для типових параметрів роботи РГПТ значення термічного ККД досягає 46% від максимально можливого за циклом Карно. Тому зроблено висновок про доцільність використання технології РГПТ в складі шахтного енергокомлекса.

# ESTIMATION THE HYDRO – VAPOUR TURBIN'S EFFECTIVENESS FOR UTILIZATION SUPERFLUOUS HEAT OF MINE'S ENERGY – COMPLEX

Relationships for calculation of moving jet torque and efficiency factor of jet hydro – vapour turbin's (JHVT) unit in depending on four substantial parameters of its work was derived. The analysis of these relationships is done. For the typical parameters of work of the JHVT value of thermal efficiency factor amount 46% from maximally possible by Carnot's cycle. A conclusion is therefore done about expedience of the use of the JHVT-technology in composition of mine's energo-complex.

Постановка проблемы в общем виде и её связь с важнейшими научными или практическими задачами. Актуальная задача полезной утилизации вторичных энергоресурсов (ВЭР) шахтных энергетических комплексов может решаться применением установок с гидропаровой турбиной (ГПТ) [1] для дополнительной выработки электроэнергии. На предприятиях горнометаллургического комплекса Украины есть существенные источники энергии подобного рода, которая является побочным продуктом основных технологических процессов.

Например, при охлаждении газопоршневых двигателей, работающих на

шахтном метане, образуется значительное количество горячей воды с температурой 80 - 110°C. Использование подобной тепловой энергии для выработки дополнительной электрической энергии позволит повысить общую степень полезной переработки шахтного метана, снизить себестоимость продукции горных предприятий и представляет собой актуальную задачу.

В отличии от традиционных паротурбинных установок в ГПТ происходит расширение рабочей среды в двухфазную область от левой ветви кривой равновесия [2] между насыщенными водой и паром.

Для утилизации ВЭР характерен невысокий перепад температурного потенциала и, следовательно, невысоким будет термодинамический КПД любого процесса преобразования тепловой энергии в полезную механическую.

Поэтому необходимо решить проблему расчёта тягового усилия и мощности колеса РГПТ, оценить на этой основе реальный КПД установки в условиях заданного перепада температур. Сформулированная проблема имеет практическое значение для разработки оборудования по утилизации избыточного низкопотенциального тепла, образующегося в газопоршневых двигателях, работающих на шахтном метане. Это позволит повысить общий КПД переработки метана в шахтных энергетических комплексах.

Первые систематические исследования рабочего процесса и оборудования ГПТ были начаты В.А. Зысиным [3] и его коллегами [4]. Напомним сущность рабочего процесса и конструктивных особенностей установки с ГПТ.

В конфузорной части сопла при понижения давления нагретой воды происходит её вскипание и образование пузырькового потока (ПП), который затем преобразуется в капельный поток (КП) с несущим паром. Таким образом тепловая энергия нагретой воды в сопле ГПТ преобразуется в полезную механическую, которая, в свою очередь, может обеспечить привод электрогенератора с помощью некоторых конструктивных решений. Здесь возможны две конструктивные схемы. Первая схема реактивной ГПТ предполагает расположение сопл на вращающемся колесе. Втора схема активной ГПТ предполагает, что двухфазный капельный поток из неподвижного сопла воздействует на лопаточное колесо. Всё оборудование находится в вакуумной камере с давлением  $p_{\nu}$ . порядка 4-10 кПа.

Рассмотрим подробнее устройство РГПТ. Перед запуском РГПТ разряжение в вакуумируемой полости создается водоструйным эжектором, а в процессе работы — совместной работой конденсатора и водоструйного эжектора. Колесо РГПТ установлено на полом валу. Вал со стороны подачи нагретой воды установлен в специальном подшипнике, который обеспечивает подачу воды из неподвижной трубки от питающего насоса во вращающийся вал. Со стороны электрогенератора вращающийся вал, проходя стенку вакуумируемой полости, уплотнён гидравлически [5].Нагретая вода с начальной (initial)[6] температурой  $T_{in}$  под давлением питающего насоса  $p_{in}$  по полому валу поступает в радиальные трубки колеса гидропаровой турбины, а из них - в конфузорно — диффузорные сопла. Гидравлический тракт от выходного патрубка насоса до минимального сечения сопла подбирается таким образом, чтобы в этом сечении сопла давле-

ние  $p_m$  нагретой воды снизилось до  $p_s(T_{in})$  — давления насыщенных паров воды при температуре  $T_{in}$  [2]:

$$p_m = p_s(T_{in}) \tag{1}$$

и, таким образом, в минимальном сечении сопла начинается вскипание в потоке нагретой насыщенной воды. Проходя по диффузору давление двухфазной водно — паровой смеси снижается до  $p_o$  в выходном (outlet) сечении сопла. Причём для максимально эффективной работы сопла необходимо, чтобы

$$p_o = p_s(T_o) = p_v . (2)$$

Условие (2) есть условие расчётного режима работы сопла применительно к двухфазному потоку. Поток двухфазной смеси, выходя из сопл, установленных на колесе РГПТ, создаёт тяговое реактивное усилие, которое приводит во вращение вал электрогенератора. Такова принципиальная конструкция установки с РГПТ. Принимаем, что на одном колесе РГПТ расположено симметрично три сопла.

В [1] приведена библиография современных работ по ГПТ. Из этой библиографии следует отметить экспериментальную работу [7].

Несмотря на значительный интерес к ГПТ начиная с 1962 года [3], в литературе по этому вопросу [3,4,7] отсутствует устоявшаяся методика расчёта колеса РГПТ на тяговый реактивный момент. В настоящей статье выполнен такой расчёт с учётом тепловых процессов в сопле турбины и некоторых эффектов действия инерционных сил, характерных для РГПТ.

**Цель работы** заключается в оценке эффективности рассматриваемой конструкции на основе определения КПД по данным о тяговом реактивном моменте.

Вывод общего соотношения для реактивного тягового усилия. Этот вывод основан на уравнениях равновесной термодинамики двухфазного потока и уравнении Эйлера [8] для одномерного потока сплошной среды. Для конкретизации применения уравнения Эйлера к рассматриваемому техническому устройству на рисунке 1 показан чертеж сопла ГПТ.

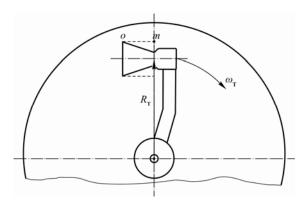


Рис. 1 – Сопло РГПТ с контуром для расчёта реактивной силы

Ось симметрии сопла берём в качестве оси z с направлением, которое противоположно направлению вращения.

Уравнение Эйлера для данного случая принимает вид:

$$F_{oz} = G \cdot (V_o - V_m) , \qquad (3)$$

где  $F_{oz}$  — проекция равнодействующей силы на ось Oz;  $V_o$  — скорость двухфазной среды в выходном сечении сопла;  $V_{\rm m}$  — скорость нагретой воды в минимальном сечении сопла перед фронтом вскипания; G — массовый секундный расход рабочей среды.

Методически при использовании уравнения Эйлера (3) для нахождения реактивной силы достаточно выбрать соответствующий контур (на рис.1 показан пунктиром). Сечения контура, перпендикулярные оси сопла ГПТ, обозначим «m» и «o». Сечение «m» контрольного контура проходит через плоскость минимального сечения сопла, а сечение «о» - через выходное сечение сопла. Применим уравнение (3) для расчёта реактивной тяговой силы, действующей на колесо РГПТ. При выполнении условия (2) равнодействующая сила может быть записана как сумма проекций на ось z всех сил, действующих на контур (см. рис. 1):

$$p_o \cdot (S_o - S_m) + p_s(T_{in}) \cdot S_m - p_o \cdot S_o - F_{mj} = G \cdot (V_o - V_m),$$
 (4)

где  $S_o$  — площадь выходного сечения сопла;  $S_{\rm m}$  — площадь минимального сечения сопла;  $F_{\it mj}$  — тяговая реактивная сила.

Это позволяет из (4) с учётом сокращения  $p_o \cdot S_o$  с разными знаками записать выражение для реактивной силы:

$$F_{mj} = G \cdot (V_o - V_m) - (p_s(T_{in}) - p_o) \cdot S_m . \tag{5}$$

Перепад давлений с отрицательным знаком на диффузорном участке сопла в соответствии с (5) определяет не тягу, а сопротивление. То есть второе слагаемое (5) фактически выражает силу лобового сопротивления на элементы конструкции сопла, выступающие за пределы колеса ГПТ. Движение колеса ГПТ в вакуумируемой полости создаст перераспределение давления по его поверхности. С «наветренной» стороны колеса давление будет больше, чем  $p_o$ . В выходном сечении сопла давление, по-видимому, установится равным  $p_o$  при истечении двухфазной струи. Но это справедливо только при выполнении условия (2), которое обеспечивается выбором площади выходного сечения сопла по некоторому алгоритму при заданном G. Силу лобового сопротивления в (5) можно уточнить оценочно по вихревой теории сопротивления [9], либо определить путём численного моделирования в самой общей постановке на основе рекомендаций, например, книги [10]. Таким образом, значение собственно тяговой реактивной силы даёт первое слагаемое выражения (5), для которого необходимо

вычислить  $V_c$ . и  $V_m$ .

**Вывод выражения для**  $V_c$ . и  $V_m$ . Соотношения для  $V_c$ . будем выводить на основе закона сохранения энергии для двухфазного потока. В соответствии с этим составляется известный баланс энергии между минимальным сечением сопла и выходным сечением. Учитывая условие (1), которое выражает факт отсутствия паровой фазы в минимальном сечении сопла  $x_m = 0$ , и r(T) = i''(T) - i'(T), из вышеуказанного баланса можно получить соотношение:

$$V_o^2 = 2 \cdot (i_{1,m} - i_{1,o} - x_o \cdot r(T_o)) + V_m^2 , \qquad (6)$$

где  $r(T_o)$  — массовая теплота фазового перехода при температуре  $T_o$ ;  $x_o$  — массовое паросодержание в выходном сечении сопла;  $i_{l,m}$  и  $i_{l,o}$  — удельная энтальпия жидкой фазы в минимальном и выходном сечениях сопла.

Значение  $x_o$  будем находить из уравнения адиабатического процесса для двухфазной среды:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_{S} = x \left(\frac{1}{T} - \frac{dr(T)/dT}{r(T)}\right) - \frac{C_{1,p}}{r(T)} , \qquad (7)$$

где  $C_{l,p}$  – изобарная теплоёмкость воды в состоянии насыщения.

Уравнение (7) полученного из основного дифференциального уравнения термодинамики для двухфазной среды при  $C_{l,s} \approx C_{l,p}$ , которое справедливо в области температур далёких от критической точки. Интервал температур работы ГПТ соответствует этому случаю. Решение уравнения (7) получили методом вариации произвольной постоянной [11]:

$$x(T) = x_{in} \frac{T}{T_{in}} \cdot \frac{r(T_{in})}{r(T)} + \frac{C_{1,p} \cdot T}{r(T)} \ln \frac{(T_{in})}{(T)} , \qquad (8)$$

где  $(x_{in}, T_{in})$  — координаты заданной точки, через которые проходит интегральная кривая уравнения (7).

Точка  $(x_{in}, T_{in})$ , исходя из процедуры решения уравнения (7), соответствует началу адиабатического процесса. Учитывая, что в минимальном сечении сопла ГПТ  $x_{in} = x_{m} = 0$ , подставляем (8) в (6), и тогда формула для квадрата скорости двухфазной среды в выходном сечении сопла примет вид:

$$V_o^2 = 2 \left[ i'(T_{in}) - i'(T_o) - C_{1,p} \cdot T_o \cdot \ln \left( \frac{T_{in}}{T_o} \right) \right] + V_m^2 . \tag{9}$$

Величина скорости воды  $V_m$  в минимальном сечении сопла определяется давлением питающего насоса  $p_{in}$ , а также давлением, создаваемым полем центробежных сил при вращении колеса турбины. Для определения этого влияния

на величину скорости потока  $V_m$  составляем уравнение Бернулли между входным сечением конфузора сопла и его минимальным сечением непосредственно перед фронтом вскипания:

$$p_{in} + \frac{\rho'(T_{in}) \cdot V_{in}^2}{2} + \frac{\rho'(T_{in})\omega_T^2 \cdot R_T^2}{2} = p_s(T_{in}) + \frac{\rho'(T_{in})V_m^2}{2} , \qquad (10)$$

где  $\rho'(T_{in})$  — плотность воды при температуре  $T_{in}$ ;  $\omega_T$  — угловая скорость вращения колеса РГПТ;  $R_T$  — расстояние от оси вращения колеса турбины до оси сопла (рисунок 1);  $V_{in}$  — скорость воды во входном сечении конфузора, определяемая по производительности насоса  $Q_{pum}$  (м³/с), необходимой для прокачки заданного расхода G рабочей среды в установке и диаметру  $d_{in}$  входного сечения конфузора.

Из (10) получаем выражение для  $V_{\rm m}^{-2}$ :

$$V_{\rm m}^2 = \frac{2(p_{in} - p_s(T_{in}))}{\rho'(T_{in})} + \omega_T^2 \cdot R_T^2 + V_{in}^2 . \tag{11}$$

Отсюда видно, что скорость воды в минимальном сечении сопла является в том числе и функцией угловой скорости вращения турбины. Причём этот фактор является определяющим. В переходном процессе выхода вращающегося колеса ГПТ на стационарный режим с  $\omega_T = Const$  необходимо, чтобы фронт вскипания всё время находился в минимальном сечении сопла. Для этого должно быть  $V_m(\omega) = Const$ . Тогда, по мере увеличения угловой скорости вращения колеса турбины, необходимо увеличивать производительность питающего насоса  $Q_{pum}$ . С целью исключения этого трудно реализуемого режима, а также с целью использования в расчётах конструктивных параметров фиксированного заданного значения G, необходимо в составе установки с РГПТ предусматривать разгонный двигатель для выхода на стационарный режим вращения.

Выражение для тягового реактивного момента и КПД установки с РГПТ.

С учетом (9) и (11) соотношение для тяговой реактивной силы принимает вид:

$$F_{M,J}(T_{in},T_o,\omega_T,R_T) = G \left\{ \left[ 2 \left( i'(T_{in}) - i'(T_o) - C'_{1,p} \cdot T_o \cdot \ln\left(\frac{T_{in}}{T_o}\right) \right) + \right. \right.$$

$$+\frac{2(p_{in}-p_s(T_{in}))}{\rho'(T_{in})}+\omega_T^2\cdot R_T^2+V_{in}^2\right]^{\frac{1}{2}}-\left[\frac{2(p_{in}-p_s(T_{in}))}{\rho'(T_{in})}+\omega_T^2\cdot R_T^2+V_{in}^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}.(12)$$

Для расчетного анализа зависимости (12) примем следующие значения па-

раметров характерных для типичной ГПТ:  $T_{in} = 383$  °K,  $T_o = 303$  °K,  $\omega_T = 314$  р/с,  $R_T = 1$  м,  $p_{in} = 3$  атм , диаметр минимального сечения сопла  $d_{\rm m} = 10$ мм. В этом случае значением комплекса  $2[p_{in} - p_s(T_o)]/\rho'(T_{in}) + V_{in}^2$  можно пренебречь по сравнению с  $(\omega_T \cdot R_m)^2$ . и зависимость (12) принимает вид:

$$F_{M,J} = G \cdot \left( \sqrt{V_T^2 + V_R^2} - V_R \right) , \qquad (13)$$

где  ${V_T}^2=2[i'(T_{in})-i'(T_o)-C_p'\,T_o\,ln(T_{in}/T_o)]$  – квадрат тепловой скорости, которая обусловлена перепадом температур на сопле;  $V_R=\omega_T\cdot R_m$  – линейная скорость вращения колеса турбины на радиусе  $R_m$ 

На основе выражения (13) выражение для тяговой реактивной мощности будет:

$$N_{M.J} = G \cdot \left(\sqrt{V_T^2 + V_R^2} - V_R\right) \cdot V_R \quad . \tag{14}$$

В настоящем расчёте не учитывался тормозящий момент от действия кориолисовых сил в радиальных трубках колеса РГПТ. Однако для значительного уменьшения этого тормозящего момента может использоваться техническое решение, разработанное авторами [12].

Выражение (14) определяет полезную мощность РГПТ, а затраченная тепловая мощность при работе установки будет:

$$N_T = G \cdot C_{1,p} \cdot \left( T_{in} - T_o \right) \,. \tag{15}$$

Тогда отношение (14) к (15) определяет термический КПД установки с РГПТ следующим выражением:

$$\eta_{t,JHVP} = \frac{\left(\sqrt{V_T^2 + V_R^2} - V_R\right) \cdot V_R}{C_{1,p} \cdot \left(T_{in} - T_o\right)} \ . \tag{16}$$

Значение  $\eta_{t,JHVT}$  для вышеуказанных параметров будет равно 9,6 %. К оценке этой величины отметим, что в условиях заданного перепада температур максимально возможное значение термического КПД даёт идеальная тепловая машина, работающей по циклу Карно, и этот КПД составляет составляет  $\eta_{t,Carnot}$  =20,9%. Таким образом, получены выражения для расчёта тягового реактивного момента, развиваемого колесом РГПТ, и КПД установки. Эти выражения позволяют анализировать эффективность различных конструктивных решений для установок с РГПТ.

#### Выводы:

1. Тяговая реактивная мощность монотонно возрастает по мере увеличения угловой скорости вращения турбины. Этот рост ограничивают тормозящие мо-

менты. Из них самым значительным является момент, вызываемый кориолисовыми силы. Дополнительное ограничение связано с прочностью конструкции колеса турбины при возрастании угловой скорости вращения.

- 2. Учитывая, что КПД установки достигает 46 % при выработке дополнительной электрической энергии от максимально возможного, применение РГПТ в составе шахтного энергокомплекса оправдано.
- 3. Решение о целесообразности использования установки с ГПТ и её различных конструктивных схем для утилизации тепловых ВЭР с низкой температурой должно приниматься на основе технико-экономической оценки в каждом конкретном случае отдельно.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Булат А.Ф. Научно-технические основы создания шахтных когенерационных энергетических комплексов / А.Ф.Булат, И.Ф.Чемерис. К.: Наук. думка, 2006. 176 с.
- 2. Ривкин С.Л. Теплофизические свойства воды и водяного пара / С.Л.Ривкин, А.А.Александров. М.:Энергия,1980. 424с.
  - 3. Зысин В.А. Комбинированные парогазовые установки и циклы / В.А.Зысин. М.: Наука, 1962. 187с
- 4. Вскипающие адиабатные потоки/ В.А.Зысин, Г.И.Баранов, Г.И.Барилович [и др.] М.: Атомиздат, 1976. 152с
  - 5. Щегляев А.В. Паровые турбины / А.В.Щегляев. [4-е изд.] М.: Энергия, 1967. 368c.
- 6. Російсько-українсько-англійський словник з механіки / Укладачі В.М. Бастун, Я.М. Григоренко, В.А. Широков. К.: Наук. думка, 2008. 512с.
- 7. Голдин А.С. Экспериментальное исследование расширяющихся сопел, работающих на сильно недогретой воде / А.С.Голдин, О.О.Мильман // Теплоэнергетика. -2003. -№ 3. -C.70-73
- 8. Абрамович Г.Н Газовая динамика воздушно-реактивных двигателей / Г.Н.Абрамович. М.:Изд-во БНТ. 1947.-198c.
  - 9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г.Лойцянский. М.: Наука, 1987. 840с
- 10. Приходько А.А. Компьютерные технологии в аэродинамике и тепломассообмене / А.А.Приходько. К.: Наукова думка, 2003. 379 с.
- 11. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э.Камке. [5-е изд.] М.: Наука, 1976. 576 с.
- 12. Пат.90232 Украина UA МПК $^9$  F01D 1/00. Реактивна турбіна/ Булат А.Ф., Чемерис І.Ф.; заяв. та патентовласник Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України а200906198; заявл.15.06.2009; опубл. 12.04.2010. Бюл. № 7. С.3.87.

Инженеры С.В. Балов, Л.В. Голубева (ДонУГИ)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАГНЕТАНИЯ ЖИДКОСТИ В УГЛЕПОРОДНЫЙ МАССИВ С ЦЕЛЬЮ ЛОКАЛЬНОГО ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Представлено математичну модель динаміки напруженого стану вуглепородного масиву під впливом спрямованого на нього гідродинамічного впливу. Вона дозволяє розрахувати тиск рідини, що нагнітається, її обсяг і радіус проникнення по міжшаровому контакту порід, а також величину деформації вугільного пласта.

## THE DEFINITION PARAMETERS OF LIQUID CHARGING TO THE COAL-ROCK MASSIF WITH AIM OF LOCAL CHANGE OF ITS INTENSE CONDITION

The mathematical model dynamics of intense condition of coal-rock massif under influence of directed hydrodynamic influence is presented. It allows to calculate the pressure of a forced liquid, its volume and penetration radius on between-layer contact of rockss, and also size of deformation of a coal layer.

Неразгруженные от горного давления пласты имеют низкую газопроницаемость, что требует значительных затрат времени на их дегазацию [1]. Существенно повысить их газопроницаемость можно за счет локального (в зоне заложения дегазационных скважин) изменения напряженного состояния углепородного массива посредством направленного на него гидродинамического воздействия [2, 3].

Сущность этого воздействия заключается в том, что в межслоевую толщу пород, расположенную под угольным пластом, подлежащим дегазации, нагнетается жидкость, которая, продвигаясь по плоскости напластования, деформирует породы и пласт угля. При достижении углепородным массивом в районах дегазационных скважин деформаций, сопоставимых с деформациями, возникающими при приближении к ним очистных работ, они увеличивают газоотдачу. Сначала рассмотрим более простой случай, а, именно, деформации углепородного массива с помощью коротких нагнетательных скважин.

На рис. 1 приведена схема предварительной дегазации пласта при нагнетании жидкости в межслоевой контакт пород, расположенных ниже угольного пласта, с помощью короткой нагнетательной скважины.

Для определения параметров нагнетания жидкости в углепородный массив с целью его деформирования может быть использована теория распространения в горном массиве горизонтальной трещины под воздействием нефильтрующейся жидкости [4]. В соответствии с этой теорией давление жидкости и скорость ее распространения при разрыве межслоевой толщи описываются уравнениями:

$$P(r) = P_{w} - \frac{6q\mu}{\pi} \int_{r}^{r} \frac{dr}{r \cdot [w(r)]^{3}}, \tag{1}$$